

相反定理のきちんとした説明は後に述べるとして、次のように考えれば十分だろう。まず、 N 個の一般化力がはたらいている系のひずみエネルギーを U とする。 I および J 番目の一般化力の作用点の一般化変位 λ_I および λ_J は、カステリアノの定理から

$$\lambda_I = \frac{\partial U}{\partial P_I}, \lambda_J = \frac{\partial U}{\partial P_J}$$

で求めることができる。 λ_I の式を P_J で偏微分し、 λ_J の式を P_I で偏微分すると、明らかに

$$\frac{\partial \lambda_I}{\partial P_J} = \frac{\partial \lambda_J}{\partial P_I} = \frac{\partial^2 U}{\partial P_I \partial P_J}$$

であることがわかる。一方、影響係数を用いた一般化変位の式

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_{ji} P_i$$

から、 λ_I および λ_J は

$$\lambda_I = \sum_{j=1}^N \bar{\lambda}_{Ij} P_j, \lambda_J = \sum_{j=1}^N \bar{\lambda}_{Jj} P_j$$

とも表すことができるので、同じように λ_I の式を P_J で偏微分し、 λ_J の式を P_I で偏微分すると、

$$\bar{\lambda}_{IJ} = \bar{\lambda}_{JI}$$

が成り立つことがわかる。

ここでの計算は、たとえば、 $\lambda_I = \sum_{j=1}^N \bar{\lambda}_{Ij} P_j$ の式で

$$\frac{\partial \lambda_I}{\partial P_J} = \sum_{j=1}^N \bar{\lambda}_{Ij} \frac{\partial P_j}{\partial P_J}$$

と計算して、 N 個の一般化力が独立であることから

$$\frac{\partial P_j}{\partial P_J} = 0 \quad (j \neq J), = 1 \quad (j = J)$$

となることから影響係数 $\bar{\lambda}_{IJ}$ のみが残ることを用いた。 $\lambda_j = \sum_{j=1}^N \bar{\lambda}_{Ij} P_j$ についても同じように計算すればよい。