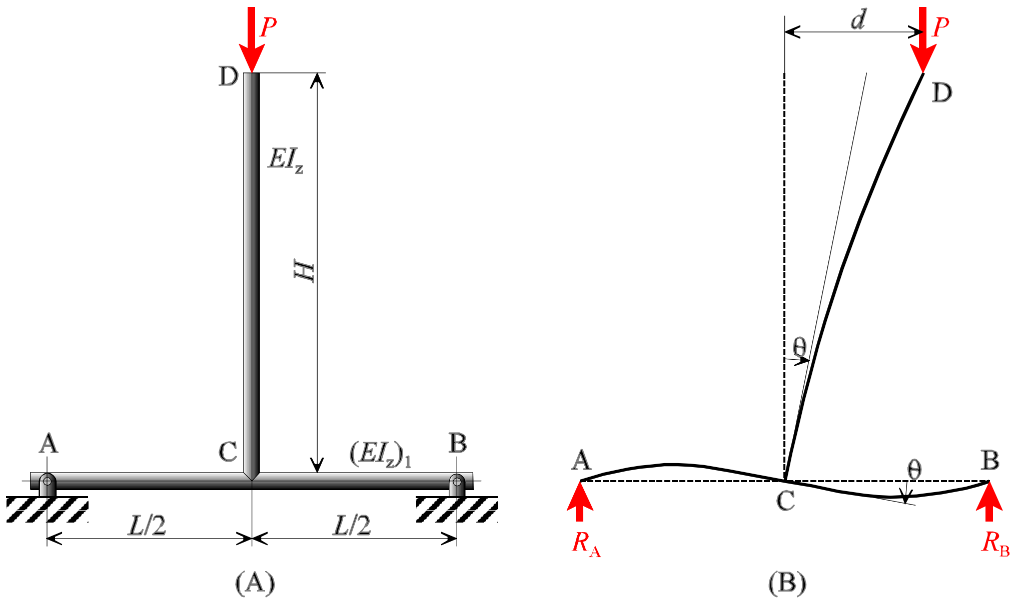

図1

例題11.3　図1(A)のような構造の垂直部材CDの座屈荷重を求めなさい．

解　座屈後の変形は図1(B)のようになるとする．この図でR_AとR_BはAとBでの反力である．水平部材ABと垂直部材CDの力学的なつりあいは図2のように描くことができる．ここで，外力は赤で，内力は青でそれぞれ表現している．

水平部材ABはその中央点Cに横荷重Pと部材CDの先端Dがdだけたわむことによって作用軸の軸線がずれることで大きさPdの時計回りのモーメントがはたらく．

まず，R_Aを求める．モーメントのつりあい(Bまわり)は

$$-R_A L+\frac{1}{2}PL-Pd=0$$

であるから，R_Aは

$$R_A=\frac{1}{2}P-\frac{d}{L}P$$

である．

水平部材のAC間の曲げモーメントはモーメントのつりあい $-R_A x_1+M_{AC}=0$(図2)から

$$M_{AC}=R_A x_1$$

CB間の曲げモーメントは

$$M_{CB}=R_A x_1+Pd-P\left(x_1-\frac{L}{2}\right)$$

であるから，たわみ角の式とたわみ関数は，各区間で

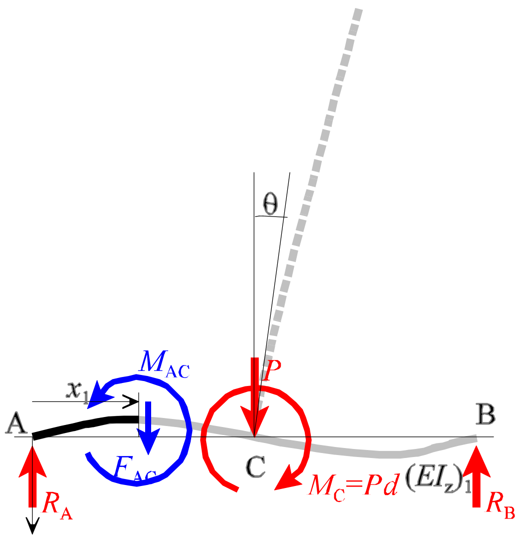

図2

$$\theta_{AC}=-\frac{1}{(EI_z)_1}\frac{1}{2}R_A x_1^2+\theta_A$$

$$v_{AC}=-\frac{1}{(EI_z)_1}\frac{1}{6}R_A x_1^3+\theta_A x_1+v_A$$

$$\theta_{CB}=-\frac{1}{(EI_z)_1}\left[\frac{1}{2}R_A x_1^2+Pd\left(x_1-\frac{1}{2}L\right)-\frac{1}{2}P\left(x_1-\frac{L}{2}\right)^2\right]+\theta_A$$

$$v_{CB}=-\frac{1}{(EI_z)_1}\left[\frac{1}{6}R_A x_1^3+\frac{1}{2}Pd\left(x_1-\frac{1}{2}L\right)^2-\frac{1}{6}P\left(x_1-\frac{L}{2}\right)^3\right]+\theta_A x_1+v_A$$

水平部材の両端でたわみがゼロであることから，

$$v_A=0$$

$$\theta_A=\frac{1}{(EI_z)_1}\left[\frac{1}{6}R_A L^2+\frac{1}{8}PdL-\frac{1}{48}PL^2\right]$$

となり，水平部材中央($x_1=L/2$)でのたわみ角は

$$\theta_{AC}\left(\frac{1}{2}L\right)=-\frac{1}{(EI_z)_1}\frac{1}{8}R_A L^2+\frac{1}{(EI_z)_1}\left[\frac{1}{6}R_A L^2+\frac{1}{8}PdL-\frac{1}{48}PL^2\right]=\frac{1}{12}\frac{1}{(EI_z)_1}PdL$$

となる．この値がθとなる．

垂直部材について考えると，モーメントのつりあい

$$Pd-Pv+M_{CD}=0$$

(図3)から曲げモーメントは

$$M_{CD}=-Pd+Pv$$

となり，たわみの基礎微分方程式は

$$\frac{d^2v}{dx^2}=-\frac{M_{CD}}{EI_z}=\frac{1}{EI_z}(Pd-Pv)$$

となるから，$\lambda^2=P/EI_z$とおくとたわみ関数は

$$v=a\cos\lambda x+b\sin\lambda x+d$$

Cでたわみがゼロ，たわみ角がθであることから

$$a+d=0$$

$$\lambda b=\frac{1}{12}\frac{1}{(EI_z)_1}PdL$$

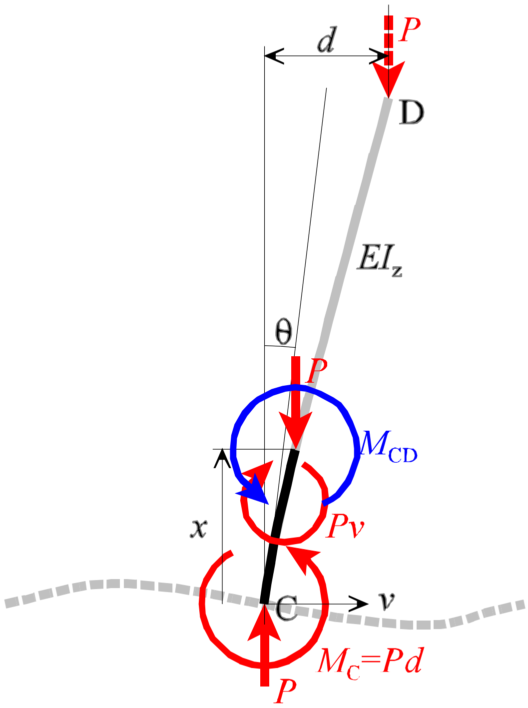

図3

Dでたわみがdであることから

$$a\cos\lambda H+b\sin\lambda H+d=d$$

が得られる．以上の三つの式から

$$-d\cos\lambda H+\frac{1}{12(EI_z)_1\lambda}PdL\sin\lambda H=0$$

$P=EI_z\lambda^2$を用いて

$$-\cos\lambda H+\frac{1}{12}\frac{EI_z}{(EI_z)_1}\lambda L\sin\lambda H=0$$

となる．この式がλが満足すべき方程式であり，この式を満足するλが決まれば$P=EI_z\lambda^2$からPを求めることができる．このPがP_{cr}となる．