例題9.11　例題6.17をカスティリアノの定理を用いて解け.

解　曲げモーメントの式はAB間で

$$M_{AB} = -R_H x$$

BE間で

$$M_{BE} = \frac{P}{2}x_1 - R_H H$$

である. 左半分の系のひずみエネルギーは

$$U = \int_0^H \frac{M_{AB}^2}{2EI_z}dx + \int_0^{L/2} \frac{M_{BE}^2}{2EI_{Z1}}dx_1$$

である. カスティリアノの定理からAにおける水平方向変位$\partial U/\partial R_H$で求めることができるが, この水平方向変位はゼロでなければならないので

$$0 = \frac{\partial U}{\partial R_H} = \int_0^H \frac{M_{AB}}{EI_z}\frac{\partial M_{AB}}{\partial R_H}dx + \int_0^{L/2} \frac{M_{BE}}{EI_{Z1}}\frac{\partial M_{BE}}{\partial R_H}dx_1$$

である. ここで

$$\int_0^H \frac{M_{AB}}{EI_z}\frac{\partial M_{AB}}{\partial R_H}dx = \frac{1}{EI_z}\int_0^H (-R_H x)(-x)dx = \frac{R_H H^3}{3EI_z}$$

$$\int_0^{L/2} \frac{M_{BE}}{EI_{Z1}}\frac{\partial M_{BE}}{\partial R_H} = \frac{1}{EI_{Z1}}\int_0^{L/2}\left(\frac{P}{2}x_1 - R_H H\right)(-H)dx_1 = -\frac{PL^2H}{16EI_{Z1}} + \frac{R_H LH^2}{2EI_{Z1}}$$

であるので,

$$\frac{R_H H^3}{3EI_z} - \frac{PL^2H}{16EI_{Z1}} + \frac{R_H LH^2}{2EI_{Z1}} = 0$$

となり, Hで割ると

$$\frac{R_H H^2}{3EI_z} - \frac{PL^2}{16EI_{Z1}} + \frac{R_H LH}{2EI_{Z1}} = 0$$

が得られる. この式からR_Hを求めることができる. なお, この式は**例題6.17**の式(C)と同じである.