

図1

例題6.17 図1(A)のような構造の支点A, Dにおける水平反力を求めなさい. 垂直部材と水平部材の接合点BとCで部材軸のなす角度は変形後も直角であり, たわみは微小である.

解 図1(B)のように構造の変形を仮定し, 支点A, Dにおける水平方向反力 R_H を青字のように仮定する¹. 仮定から, 点BとCでのたわみ角は共に θ である.

垂直部材ABと水平部材BCについて考えると, 力学的条件は図2のように考えることができる. この図で赤で示した力やモーメントは外力, 青で示したそれらは内力である. また, 破線で示した力の成分ははりのたわみとは無関係な軸力成分であるのでここでは考える必要はない.

まず, 部材ABについて, モーメントのつりあ

い

$$R_H H - M_B = 0$$

から

$$M_B = R_H H$$

となる. 曲げモーメントの式は図2のように座標軸をとると

$$M_{AB} = -R_H x$$

となるので, たわみ角の式ならびにたわみ関数は

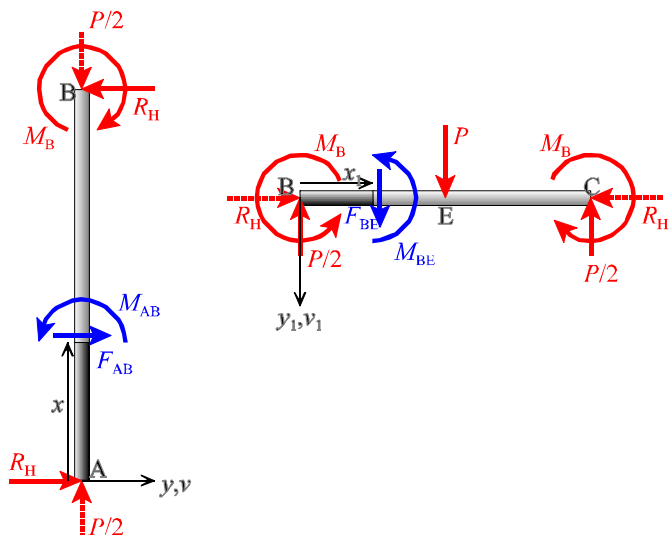


図2

¹ 支点A, Dにおける垂直方向反力は左右対称であるので $R_V = P/2$ であることは明らか.

$$\theta_{AB} = \frac{R_H}{2EI_z} x^2 + \theta_A$$

$$v_{AB} = \frac{R_H}{6EI_z} x^3 + \theta_A x + v_A$$

となる。 $x=0$ で $v_{AB}(0)=0$ でなければならぬので $v_A=0$ が得られる。 また、 $x=H$ で $v_{AB}(H)=0^2$ であることから、

$$\theta_A = -\frac{R_H}{6EI_z} H^2$$

となる。 ここで後の準備のために θ_B を求めておくと

$$\theta_B = \theta_{AB}(H) = \frac{R_H}{2EI_z} H^2 + \theta_A = \frac{R_H}{3EI_z} H^2 = \theta \quad (\text{A})$$

である。

次に、部材BCについて、曲げモーメントの式はBE間で

$$M_{BE} = \frac{P}{2} x_1 - M_B = \frac{P}{2} x_1 - R_H H$$

であるので、この区間でのたわみ角の式とたわみ関数は

$$\theta_{BE} = -\frac{P}{4EI_{z1}} x_1^2 + \frac{R_H H}{EI_{z1}} x_1 + \theta_B$$

$$v_{BE} = -\frac{P}{12EI_{z1}} x_1^3 + \frac{R_H H}{2EI_{z1}} x_1^2 + \theta_B x_1 + v_B$$

となる。 $x_1=0$ で $v_{BE}(0)=0$ から $v_B=0$ 、 $x_1=L/2$ で $\theta_{BE}(L/2)=0^3$ から

$$\theta_B = \frac{P}{16EI_{z1}} L^2 - \frac{R_H}{2EI_{z1}} HL = \theta \quad (\text{B})$$

となる。

垂直部材と水平部材のBでたわみ角は等しいので、式(A)と(B)は等しいとおくと

$$\frac{R_H}{3EI_z} H^2 = \frac{P}{16EI_{z1}} L^2 - \frac{R_H}{2EI_{z1}} LH \quad (\text{C})$$

が得られ、この式から R_H を求めることができる。

²BC間の部材が湾曲することによってBC間の直線距離がわずかに短くなることで点Bは移動するが、この移動量は部材ABが支点Aまわりの回転量であるので部材ABのたわみに無関係である。

³この条件は、部材BCの(1)両端の支持条件が同じ(2)負荷点EがBCの midpoint である、という条件からたわみ形状が点Eについて対称なので点Eのたわみは極値を持つのでその微係数がゼロ、つまり、たわみ角がゼロ。