例題3.7　右図のような，AとDで固定され，BとCで外力を受ける棒の各区間での内力を求めなさい．ただし，棒の断面積をA，ヤング率をEとする．

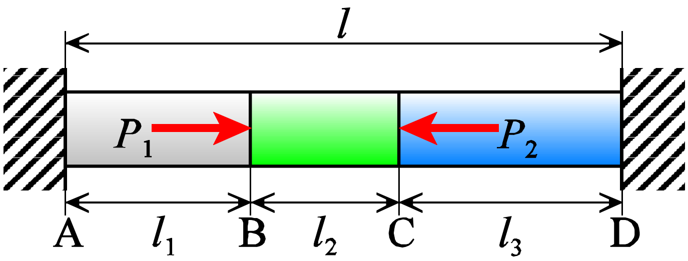

図1

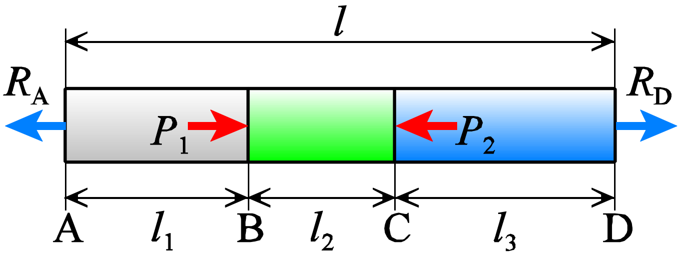

図2

解答　いま，図2のように，壁の拘束をはずし，代わりに力R_AとR_Dを加えて図2の系が静力学的つりあいにあるための条件を考えると，次の式が成立しなければならない．

$$-R_A+P_1-P_2+R_D=0 \qquad \text{(a)}$$

ここで重要なことは，

1.力R_AとR_Dはその作用面の法線の向きと一致させること．

2.静力学的つりあい条件を考える上で，右向きの力に正の符号を，左向きの力に負の符号をつけて式を立てること．

の二つである．

次に，各区間ごとの静力学的つりあい式を立てる．このとき，各区間の内力は設定した仮想切断面の法線の向きに一致させる．このルールに基づいて式を立てる．図3(外力を赤い矢印で，内力を青い矢印で表示している)を参照して，右向きの力に正の符号を，左向きの力に負の符号をつけて式を立てると，図3の各局所系において上から順に

$$-R_A+N_{AB}=0 \qquad \text{(b)}$$

$$-N_{AB}+P_1+N_{BC}=0 \qquad \text{(c)}$$

$$-N_{BC}-P_2+N_{CD}=0 \qquad \text{(d)}$$

$$-N_{CD}+R_D=0 \qquad \text{(e)}$$

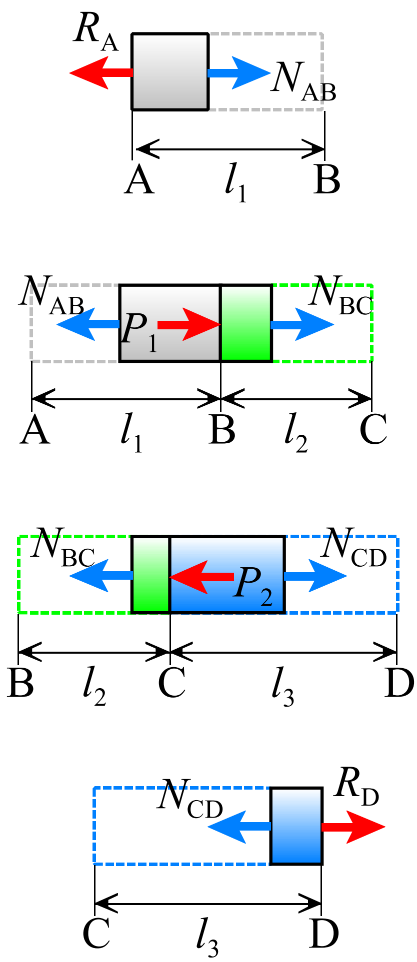

図3

の四つの式が得られる．この四つの式と最初に作った系全体のつりあい条件式$-R_A+P_1-P_2+R_D=0$を含めると五つの式ができる．未知の力はR_A，R_D，N_{AB}，N_{BC}，N_{CD}の五つなので一見これらの力をすべて決定できそうなのだが，･･･．たとえば，式(c)と(d)を足して式(b)と(e)を用いると式(a)が得られるので，独立な式は限られる．上に挙げた五つの式のうちの二つ

$$-N_{AB}+P_1+N_{BC}=0 \qquad \text{(c)}$$

$$-N_{BC}-P_2+N_{CD}=0 \qquad \text{(d)}$$

が重要な式である．この二つの式は力N_{AB}，N_{BC}，N_{CD}を未知とする連立方程式になるが三つの未知量に対して方程式が二つしかないので一つ不足する．そこで, 系の変形量がゼロであるという条件を使うことになる．いま, AB, BC, CDの変形量をλ_{AB}，λ_{BC}，λ_{CD}で表すと,

$$\lambda_{AB}=\frac{N_{AB}l_1}{AE}\,,\ \lambda_{BC}=\frac{N_{BC}l_2}{AE}\,,\ \lambda_{CD}=\frac{N_{CD}l_3}{AE}\ .$$

となる．系全体でこれらの総和がゼロでなければならないので,

$$\lambda_{AB}+\lambda_{BC}+\lambda_{CD}=\frac{N_{AB}l_1}{AE}+\frac{N_{BC}l_2}{AE}+\frac{N_{CD}l_3}{AE}=0 \qquad \text{(f)}$$

式(c), (d), (f)から力N_{AB}，N_{BC}，N_{CD}を求めることができ,

$$N_{AB}=\frac{(l_2+l_3)P_1-l_3P_2}{l_1+l_2+l_3}(=R_A)\,,\ N_{BC}=-\frac{l_1P_1+l_3P_2}{l_1+l_2+l_3}\,,\ N_{CD}=-\frac{l_1P_1-(l_2+l_2)P_2}{l_1+l_2+l_3}(=R_D)\ .$$

となる．