

例題1.6 図1のように、長さ l の棒の両端A,Bに力がはたらいている。この棒に適切に力やモーメントを加えて静学的つりあいが保たれるようにしたい。どのようにすればよいか。 F_1 と F_2 の作用点は棒の軸線上にあるものとする。

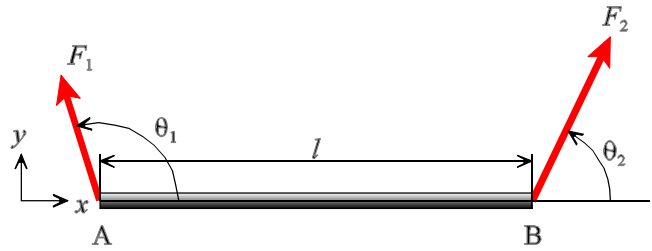


図1

解答 座標軸方向の力の合力は

$$x\text{軸方向: } F_1 \cos\theta_1 + F_2 \cos\theta_2$$

$$y\text{軸方向: } F_1 \sin\theta_1 + F_2 \sin\theta_2$$

である。これらの力は各軸方向の並進運動を生ずるので、まず、これらの力とつりあう力を決める。新たに加える力を F_x , F_y とすると、力のつりあいが保たれるには次の式が成立すればよい。

$$x\text{軸方向: } F_1 \cos\theta_1 + F_2 \cos\theta_2 + F_x = 0$$

$$y\text{軸方向: } F_1 \sin\theta_1 + F_2 \sin\theta_2 + F_y = 0$$

この二つの式から

$$x\text{軸方向: } F_x = -(F_1 \cos\theta_1 + F_2 \cos\theta_2)$$

$$y\text{軸方向: } F_y = -(F_1 \sin\theta_1 + F_2 \sin\theta_2)$$

であればよいことがわかる。ここで、-(マイナス)符号は F_1 と F_2 の合力の座標軸方向の成分の符号の逆になっていることを表している。

この結果から、たとえば、図2のように力(青い矢印で表示)を加えれば各軸方向の並進運動は発生しないことがわかる。ここでは、 x 軸方向の力 F_x の作用線は棒の軸線に一致するようにしている。

さて、「静学的つりあい」のうちの「力のつりあい」条件を満たす力を求めることができたが、まだ「モーメントのつりあい」条件が満足されているかを確認する必要がある。

いま、力 F_y についてもう少し考えてみよう。この力の作用点が、図2のように、適当にとられているものとする。モーメントのつりあいは任意の点でのモーメントの代数和がゼロであればよいので、点Aまわりの力のモーメントを求めてみよう。点Aまわりの力のモーメントは、反時計回りのモーメントに+符号をつけて表現すると、

$$F_2 \sin\theta_2 l - (F_1 \sin\theta_1 + F_2 \sin\theta_2) l_1$$

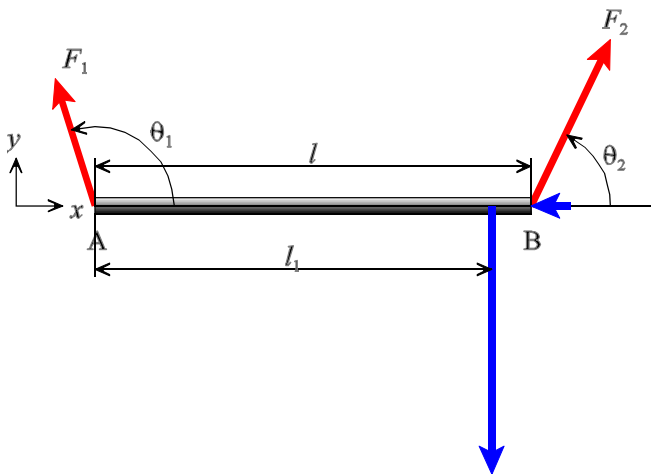


図2

と表すことができる。この式の値は一般にはゼロにならないので、モーメント M を加えてモーメントのつりあいが成立するようにする。モーメント M を反時計回りであると仮定すると

$$F_2 \sin \theta_2 l - (F_1 \sin \theta_1 + F_2 \sin \theta_2) l_1 + M = 0$$

と書けるから、モーメント M は

$$M = (F_1 \sin \theta_1 + F_2 \sin \theta_2) l_1 - F_2 \sin \theta_2 l$$

と求めることができる。図3にモーメント M を加えた様子を示す。この図では、 x 方向の力の着点を移動させ、加える力の合力を青い破線で表示している。

さて、着点(点Aから l_1 の点)を移動してモーメント M をゼロにすることを考えてみよう。このとき、

$$F_2 \sin \theta_2 l - (F_1 \sin \theta_1 + F_2 \sin \theta_2) l_1 = 0$$

を満たすように l_1 を決めればよいから、

$$l_1 = \frac{F_2 \sin \theta_2}{F_1 \sin \theta_1 + F_2 \sin \theta_2} l$$

が得られる。このようにして決めた着点 l_1 は力のつりあいとモーメントのつりあいを同時に満たす点であるので、図4の破線で表した力だけで静学的つりあいを満たすことができることがわかる。

この例題の場合、図3または図4のいずれかが解になる。すなわち、 l_1 が任意であれば青い破線で示した力と青い実線で示したモーメントを加えることが解(図3)になる。特に、図3において着点 l_1 が系全体のモーメントがつりあうように決まっていれば図4のように青い破線で示した力だけで静学的つりあいが実現される。

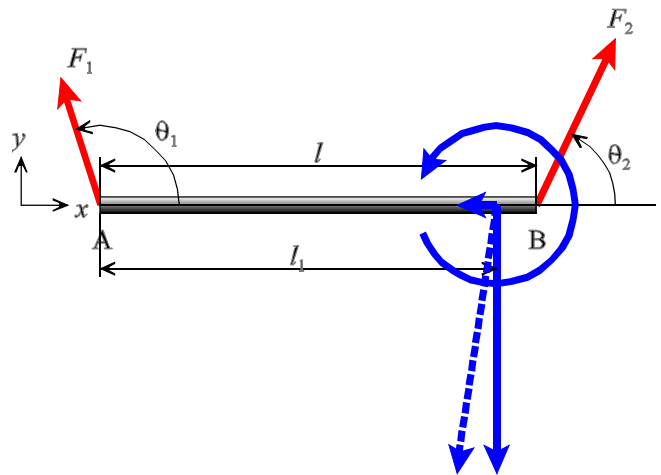


図3

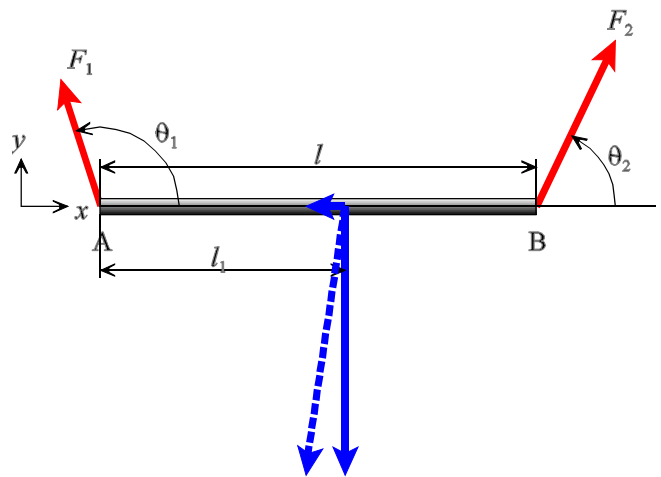


図4